Подобие

1. В треугольнике ABC длина стороны AB равна 8, величина угла ACB равна 60°. Прямая, параллельная стороне AB, пересекает сторону AC в точке D, а сторону BC — в точке E. Известно, что $BC = DC$, $DE = 3$. Найдите BC.

2. В треугольнике ABC взяты точки K на стороне AB и M на стороне AC так, что $AK : KB = 3 : 2$, $AM : MC = 4 : 5$. Найдите отношение, в котором прямая, проходящая через точку K параллельно стороне BC, делит отрезок BM.

3. Окружность, центр которой лежит на гипотенузе прямоугольного треугольника, касается его катетов. Найдите радиус этой окружности, если длины катетов треугольника равны 3 и 4.

4. В параллелограмме $ABCD$ длина стороны AB равна 6, а длина высоты, проведённой к основанию AD, равна 3. Биссектриса угла BAD пересекает сторону BC в точке M так, что $MC = 4$. Точка N — пересечение отрезков AM и BD. Найдите площадь треугольника BNM.

5. В треугольнике ABC взяты точки N на стороне AB и M на стороне AC. Отрезки CN и BM пересекаются в точке O. Найдите $CO : ON$, если $AN : NB = 2 : 3$ и $BO : OM = 5 : 2$.

6. В треугольник ABC вписаны два равных прямоугольника $PQRS$ и $P_1Q_1R_1S_1$ (точки P и P_1 лежат на стороне AB, Q и Q_1 — на стороне BC, а R, S, R_1 и S_1 — на стороне AC). Известно, что $PS = 12$, $P_1S_1 = 3$. Найдите площадь треугольника ABC.

7. Точки K, M, P лежат на сторонах AB, BC, AC треугольника ABC соответственно. Известно, что $BKPM$ — квадрат, а расстояния от K и M до прямой AC равны 13 и 17 соответственно. Найдите площадь квадрата $BKPM$.

8. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 5$, $BC = 6$, $AC = 7$ постройте точки $S \in BC$, $Q \in AC$ и $P \in AB$ так, чтобы треугольник SQP был равносторонним.

9. Даны три точки A, B и C, не лежащие на одной прямой. Проведите прямую, пересекающую отрезок AC в точке X, а отрезок BC — в точке Y так, чтобы $AX = XY = YB$.